



# حلج سنج

آزمون حلی سنج ۵

۲۸ مهر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	ریاضیات	۱۷	۱	۱۷	۲۶ دقیقه	حسابان: حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
		۱۲	۱۸	۲۹	۲۴ دقیقه	هندسه: صبا مهدوی
		۱۱	۳۰	۴۰	۲۰ دقیقه	گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی

 @helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.



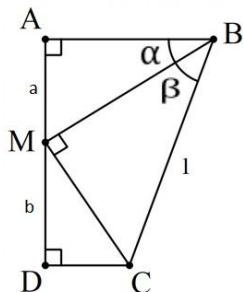
محل انجام محاسبات

۱- اگر  $2a + b = \frac{\pi}{6}$ ،  $\sin(\gamma a + \beta b) = \frac{-2}{5}$  باشد مقدار  $\tan a$  کدام است؟

- $\pm \frac{3}{4}$  (۲)  $\pm \frac{4}{3}$  (۱)  
 $\pm 2$  (۴)  $\pm \frac{1}{2}$  (۳)

۲- اگر  $p = \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{12}}$ ،  $q = \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{12}}$  باشد حاصل  $\frac{p-q}{p+q}$  کدام است؟

- $-\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۱)  
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)



۳- در شکل مقابل  $\alpha = \frac{\pi}{12}$  و  $\beta = \frac{\pi}{8}$  است. حاصل  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  چند برابر  $\sin 37/5^\circ$  است.

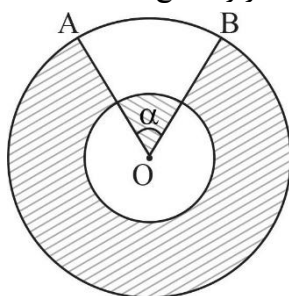
- $4\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۱)  
 $8\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$  (۳)

۴- اگر  $\sin x + \cos x = \sqrt{22} - 4$  باشد حاصل

$p = \sqrt{3 \sin x + \cos x} + \sqrt{3 \cos x + \sin x}$  کدام است؟

- $2$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۱)  
 $2 + \sqrt{2}$  (۴)  $2 - \sqrt{2}$  (۳)

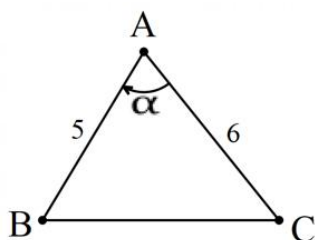
۵- در شکل مقابل، نسبت شعاع دایره بزرگتر به دایره کوچکتر برابر  $m$  و نسبت مساحت ناحیه هاشور زده بزرگتر به مساحت ناحیه هاشور زده کوچکتر برابر  $n$  است. کدام رابطه زیر صحیح است؟



(O مرکز هر دو دایره و  $\alpha = 60^\circ$  است)

- $m^2 = 1 + \frac{n}{4}$  (۱)  
 $m^2 = 1 + \frac{4n}{3}$  (۲)  
 $m^2 = 1 + \frac{n}{3}$  (۳)  
 $m^2 = 1 + \frac{4n}{5}$  (۴)

۶- مساحت مثلث شکل مقابل برابر ۹ است. حاصل ضرب جوابهای ممکن برای  $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$  کدام است؟



- $7$  (۲)  $1$  (۱)  
 $\frac{7}{4}$  (۴)  $\frac{3}{7}$  (۳)

محل انجام محاسبات

۷- اگر  $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  باشد حاصل  $\cos(x + \frac{\pi}{6})$  کدام است؟ ( $\alpha$  حاده است)

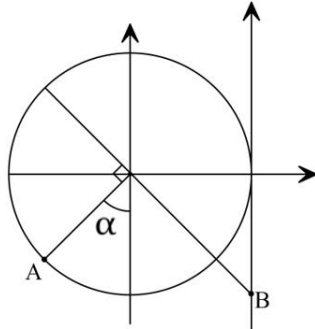
(۱)  $3 - \sqrt{6}$

(۳)  $3 + \sqrt{6}$

(۲)  $\sqrt{6} - 3$

(۴)  $-3 - \sqrt{6}$

۸- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، طول نقطه  $A$  برابر  $\frac{-3}{5}$  است. عرض نقطه  $B$  کدام است؟



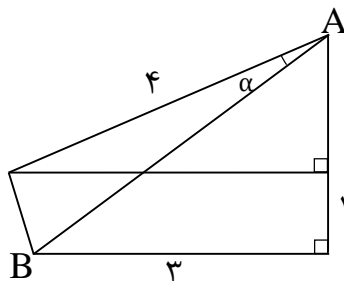
(۱)  $-0.6$

(۲)  $-0.75$

(۳)  $-0.8$

(۴)  $-0.9$

۹- در شکل زیر اگر  $AB = 5$  باشد، مقدار  $\tan \alpha$  چقدر است؟



(۲)  $\frac{2\sqrt{7}-1}{2+3\sqrt{7}}$

(۴)  $\frac{2\sqrt{7}-1}{4\sqrt{3}+2}$

(۱)  $\frac{4\sqrt{7}-9}{12+3\sqrt{7}}$

(۳)  $\frac{4\sqrt{7}+9}{12-3\sqrt{3}}$

۱۰- اگر تابع  $f(x) = \frac{2 \sin ax}{1 + \cos ax}$  در بازه  $(m, n)$  اکیداً نزولی باشد و بزرگترین مقدار  $n - m$

برابر ۴ باشد، حاصل  $f(\frac{\pi}{3})$  کدام است؟

(۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۴)  $-2\sqrt{3}$

(۱)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$

۱۱- تابع  $f(x) = \frac{1}{\tan x - \cot x}$  در کدام بازه یکنوا می باشد؟

(۲)  $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

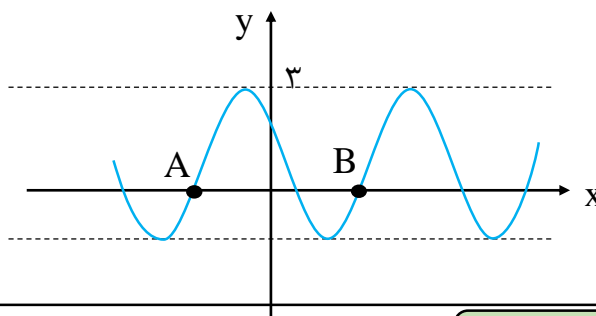
(۴)  $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$

(۱)  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

(۳)  $(\frac{\pi}{8}, \frac{2\pi}{3})$

۱۲- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = m \sin px \cos 2x + m \cos px \sin 2x + 2$  به صورت

شکل زیر می باشد. اگر  $x_B - x_A = \frac{7\pi}{12}$  باشد، حاصل  $mp$  کدام گزینه می تواند باشد؟



(۱)  $-\frac{19}{7}$

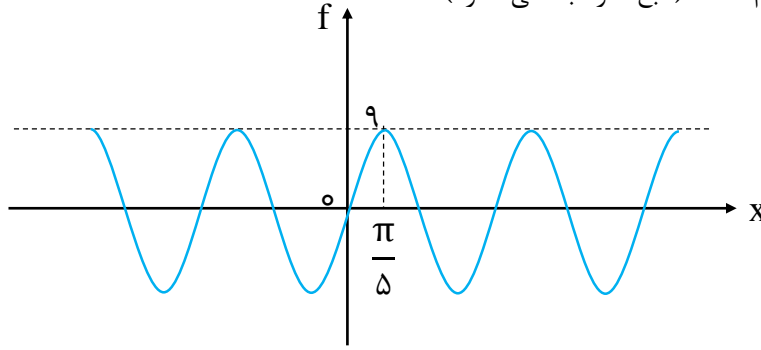
(۲)  $-\frac{10}{7}$

(۳)  $-\frac{4}{7}$

(۴)  $\frac{24}{7}$

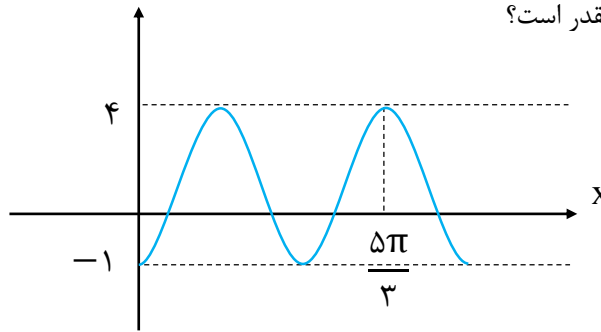
محل انجام محاسبات

۱۳- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 3 + a \cos(bx + \theta)$  با فرض  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  به صورت زیر باشد، مقدار  $b$  کدام است؟ (تابع  $f$  از مبدا می گذرد)



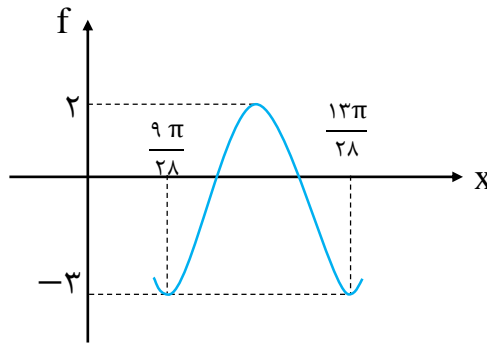
- (۱)  $\frac{10}{4}$
- (۲)  $-\frac{10}{4}$
- (۳)  $\frac{10}{3}$
- (۴)  $\frac{10}{5}$

۱۴- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 2a + 1 + b \sin(cx + \frac{\pi}{4}) \cos(cx + \frac{\pi}{4})$  به صورت زیر باشد، حاصل  $f(\frac{55\pi}{54})$  چقدر است؟



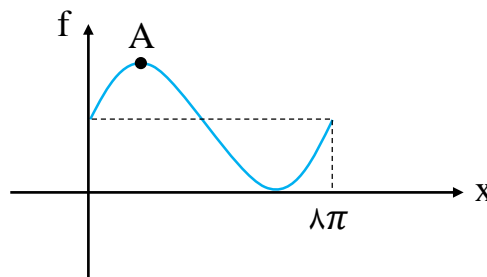
- (۱)  $\frac{3}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{4}$
- (۲)  $\frac{3}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{4}$
- (۳)  $\frac{1}{4}$
- (۴)  $\frac{1}{4} + \sqrt{3}$

۱۵- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$  به صورت زیر باشد، حاصل  $ab + c$  کدام است؟



- (۱) ۳۷ و ۳۰
- (۲) ۳۲ و ۳۷
- (۳) -۳۵ و -۳۸
- (۴) -۳۳ و -۳۵

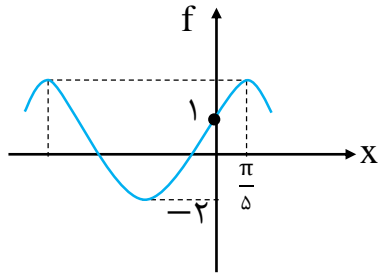
۱۶- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \sin^2 2ax \cos 2ax - \cos^2 2ax \sin 2ax + 2b$  به صورت زیر باشد، حاصل ضرب طول و عرض نقطه  $A$  چقدر است؟



- (۱)  $2\pi$
- (۲)  $\frac{\pi}{2}$
- (۳)  $\frac{2\pi}{2}$
- (۴)  $\pi$

محل انجام محاسبات

۱۷- شکل زیر قسمتی از نمودار  $f(x) = 2a + b \cos(cx + \frac{\pi}{3})$  می باشد. حاصل  $b(c - a)$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{7}{3}$  و  $-8$   
 (۲)  $-\frac{10}{3}$  و  $-6$   
 (۳)  $-\frac{10}{3}$  و  $-8$   
 (۴)  $\frac{7}{3}$  و  $\frac{10}{3}$

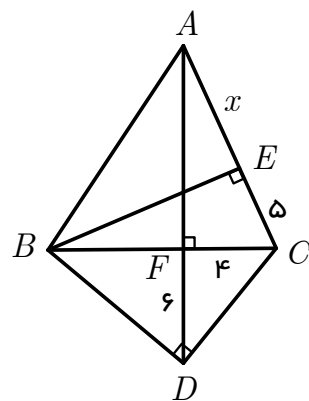
۱۸- درباره‌ی دو مثلث  $ABC$  و  $DEF$  می دانیم  $AB = DE$ ،  $BC = EF$  و  $\hat{A} = \hat{D}$ . با دانستن کدام شرط می توان مطمئن شد که دو مثلث هم‌نهشت هستند؟

- (۱)  $BC > AB$   
 (۲)  $AB > BC$   
 (۳)  $\hat{B} < 90^\circ$   
 (۴) شرط دیگری لازم نیست.

۱۹- پنج‌ضلعی منتظم  $RSTUV$  مفروض است. اگر رأس  $P$  از مثلث متساوی‌الاضلاع  $PRS$  داخل این پنج‌ضلعی باشد، زاویه  $PTV$  چند درجه است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۲۰- با توجه به اندازه‌های شکل مقدار  $x$  به کدام عدد صحیح نزدیک‌تر است؟



- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{C} = 90^\circ$ ) نقطه‌ی  $D$  پای ارتفاع وارد بر  $AB$  است. نقاط  $L$ ،  $M$  و  $N$  به ترتیب اواسط پاره‌خط‌های  $AD$ ،  $DC$  و  $CA$  می‌باشند. اگر  $CL = 7$  و  $BM = 12$  باشد آن‌گاه مقدار  $BN^2$  کدام است؟

- (۱) ۱۸۳ (۲) ۱۶۹ (۳) ۱۹۳ (۴) ۲۰۰

۲۲- دو دایره به شعاع‌های ۷۱ و ۱۰۰ مماس خارجند. بیشترین مساحت ممکن برای مثلث قائم‌الزاویه‌ای که تمام رئوسش بر روی این دایره‌ها باشد کدام است؟

- (۱) ۱۰۰۰۰ (۲) ۱۷۱۰۰ (۳) ۲۴۲۰۰ (۴) ۲۵۰۰۰

## محل انجام محاسبات

۲۳- نقطه‌ی  $M$  وسط ضلع  $BC$  از مربع  $ABCD$  می‌باشد. نقاط  $P$  و  $Q$  بر روی پاره‌خط  $AM$  طوری قرار گرفته‌اند که  $\widehat{BPD} = \widehat{BQD} = 135^\circ$ . اگر  $AP < AQ$  باشد، حاصل  $\frac{AQ}{AP}$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲)  $\sqrt{5}$   
(۳)  $2\sqrt{2}$   
(۴)  $\sqrt{6}$

۲۴- مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به ضلع  $3\sqrt{3}$  تحت تجانس به مرکز  $A$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  به مثلث دیگری تبدیل می‌شود. فاصله‌ی مرکز ثقل این دو مثلث کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$   
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴)  $\frac{9}{2}$

۲۵- شش ضلعی منتظم  $ABCDEF$  به ضلع ۲ مفروض است. نقطه‌ی  $M$  وسط ضلع  $AF$ ،  $N$  وسط ضلع  $AB$  و  $P$  بر روی قطر  $CF$  متغییر است. کم‌ترین مقدار ممکن برای  $NP + PM$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$   
(۲) ۳  
(۳) ۶  
(۴)  $1 + \sqrt{3}$

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه  $(I + A)^4$  کدام است؟

- (۱)  $I + 15A$   
(۲)  $I + 7A$   
(۳)  $I + 8A$   
(۴)  $I + 11A$

۲۷- میان درایه‌های دو ماتریس سه در سه  $P = [a_{ij}]$  و  $Q = [b_{ij}]$ ، رابطه  $b_{ij} = 2^{i+j} a_{ij}$  برقرار است. اگر دترمینان ماتریس  $P$  برابر ۲ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس  $Q$  کدام است؟

- (۱)  $2^{10}$   
(۲)  $2^{11}$   
(۳)  $2^{12}$   
(۴)  $2^{13}$

۲۸- مکان هندسی نقاطی از صفحه که حاصل جمع فاصله‌شان از دو خط متقاطع برابر عددی ثابت می‌باشد، کدام است؟

- (۱) دو نیم‌خط  
(۲) یک متوازی‌الاضلاع  
(۳) یک مستطیل  
(۴) دو خط متقاطع

۲۹- مکان هندسی بازتاب نقطه‌ی  $(a, 0)$  به نسبت به خط  $yt = x + at^2$  (متغییر است). کدام است؟

- (۱)  $x - a = 0$   
(۲)  $y - a = 0$   
(۳)  $x + a = 0$   
(۴)  $y + a = 0$

**محل انجام محاسبات**

۳۰- باقی مانده عدد  $13^{100}$  بر ۳۵ کدام است؟

- ۱ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۳۱- رقم یکان عبارت  $1403^{1!} + 1403^{2!} + 1403^{3!} + \dots + 1403^{1403!}$  کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- اگر باقیمانده  $a$  بر ۷ و ۳ مساوی دو باشد و از طرفی  $a$  مضرب ۱۱ باشد رقم وسط کوچکترین عدد سه رقمی  $a$  کدام است؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۶ (۴) ۷

۳۳- اگر  $11x + 7y$  و  $13 \mid 10x + ay$  آنگاه مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی برای  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۴- اگر ۱۲ اردیبهشت سالی روز سه شنبه باشد، ۲۲ بهمن آن سال چند شنبه است؟

- ۱ (۱) شنبه (۲) یکشنبه (۳) دوشنبه (۴) سه شنبه

۳۵- اگر  $a, b, c$  اعداد صحیح باشند و  $abc = 7^{100}$  باشد باقی مانده عبارت  $a^{10} + b^{20} + c^{30}$  بر ۸ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۳۶- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی  $n$  دو عدد  $n^2 + 9n + 21$  و  $n + 7$  مقسوم علیه مشترکی برابر ۱۱ دارند؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۷- در تقسیم عدد صحیح  $a$  بر ۲۸، باقیمانده از دو برابر مربع خارج قسمت یک واحد بیشتر است، مجموع ارقام بزرگترین مقدار برای  $a$  کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۸- اگر  $a \equiv 0 \pmod{14}$  باشد، مجموع ارقام کوچکترین عدد سه رقمی  $a$  کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴)

۳۹- چند نقطه روی منحنی  $5 = xy + x + y$  با مولفه های صحیح و نابرابر وجود دارد؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

۴۰- به ازای چند عدد سه رقمی طبیعی  $n$  داریم:  $[18, n] = 720$ ؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)